

Prozentrechnung

Prozent- und einfache
Zinsrechnung

Was bedeutet „Prozent“?

- Hundertstel
- von Hundert
- der hundertste Teil

Was beschreiben wir mit Prozenten?

- Anteile
- Verhältnisse
- Zusammenhänge

Elemente der Prozentrechnung

- Grundwert (G)
- Prozentwert (P_w)
- Prozentsatz ($p\%$)

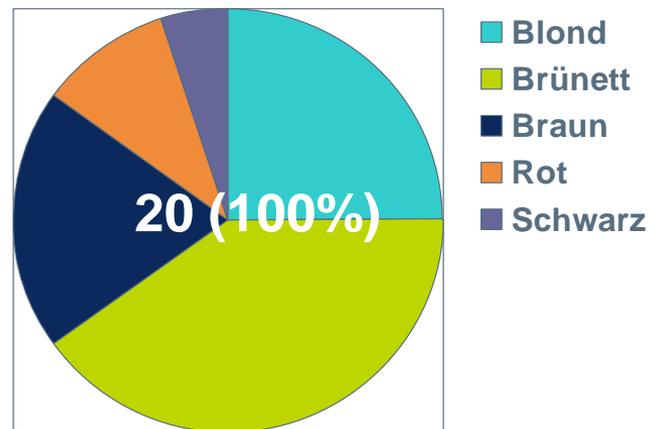
Schreibweisen für Prozentsätze

- in Worten: p Prozent (25 Prozent)
- mit Prozentzeichen: p% (25%)
- als Bruch: $p/100$ (25/100)
- als Dezimalzahl: (0,25)

Grundwert

Der Grundwert gibt die Gesamtmenge an.
Sie entspricht 100%. (Es sind 20 Schüler insgesamt)

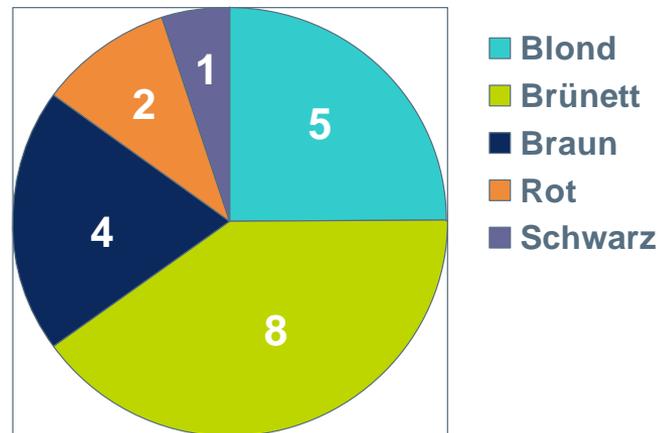
Haarfarben der 20 Schüler einer Klasse



Prozentwert

Der Prozentwert gibt i.d.R. eine Teilmenge an.
(Von 20 Schülern haben 5 blonde Haare)

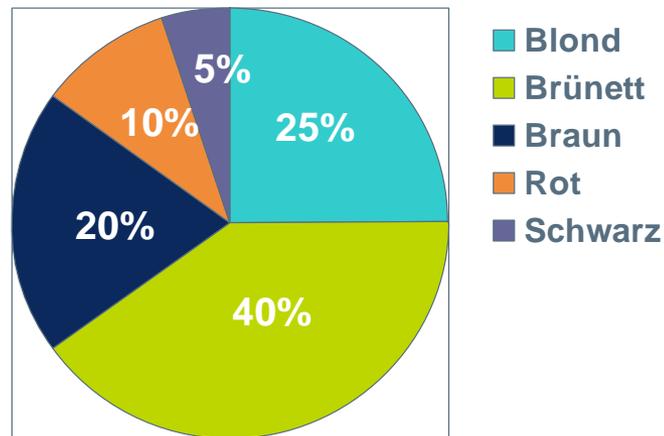
Haarfarben der 20 Schüler einer Klasse



Prozentsatz

Der Prozentsatz gibt den Anteil in Prozent an.
(5 Blonde, das sind 25% aller Schüler in der Klasse)

Haarfarben der 20 Schüler einer Klasse



4 Schritte zur Problemlösung

1. Ich erkenne das Problem
2. Ich entwickle eine Lösungsidee
3. Ich erarbeite eine Lösung
4. Ich überprüfe meine Lösung

1. Ich erkenne das Problem

- Kenne ich alle Begriffe? (MwSt, Darlehen ...)
- Was genau ist gegeben und gesucht?
- Wie sage ich es mit meinen Worten?
- Wie kann ich es anderen zeigen? (Skizze)

2. Ich entwickle eine Lösungsidee

- Habe ich so ein Problem schon einmal gelöst?
- Lässt sich das Problem zerlegen?
- Welche mathematischen Hilfsmittel kenne ich? (Formeln, Methoden ...)
- Habe ich schon eine Vermutung? (Überschlag)

3. Ich erarbeite eine Lösung

- Womit fange ich an? (Umrechnungen von Maßeinheiten, Nebenrechnungen ...)
- Wie gehe ich weiter vor? (Formel oder Dreisatz ...)
- Habe ich alle erforderlichen Schritte aufgeschrieben? (Skizze, Rechnung, Antwortsatz ...)
- Könnte ein anderer meine Rechnung nachvollziehen?

4. Ich überprüfe meine Lösung

- Ist das Problem gelöst?
- Macht das Ergebnis Sinn?
- Ist meine Rechnung richtig? (Probe)
- War meine Vermutung richtig?
- Was habe ich Neues gelernt?

Prozentrechnung in der Schule

Je nach Schulform begegnen wir unterschiedlichen Methoden der Prozentrechnung. Welche die bessere Wahl ist, hängt von Euch, vom Lehrer, der Fragestellung und davon ab, ob Ihr einen Taschenrechner oder ein Handy als Hilfsmittel zur Verfügung habt. Es ist auf jeden Fall sicherer, mehrere Methoden zu kennen ...

Rechnen mit Brüchen

Die Prozentrechnung ist eine besondere Form der Bruchrechnung. Der Prozentsatz ist lediglich ein Bruch, bei dem die Zahl 100 im Nenner steht. 25 Prozent (25 Hundertstel) entsprechen gekürzt einem Viertel ...

$$20 \cdot \frac{\cancel{25}}{\cancel{100}} = 20 \cdot \frac{1}{4} = \frac{\cancel{20}}{1} \cdot \frac{1}{\cancel{4}} = \frac{5}{1} \cdot \frac{1}{1} = 5 \cdot 1 = 5$$

Allgemeines zu Formeln

Eine Formel lässt sich nach allen darin vorkommenden Variablen umstellen. Das bedeutet, man braucht sich eigentlich immer nur eine Formel zu merken und erschließt sich im Bedarfsfall die anderen Formeln durch geschicktes Umformen der Gleichung ...

$$\frac{G}{100} = \frac{P_w}{p} \quad | \cdot 100$$

$$G = \frac{P_w \cdot 100}{p}$$

$$\frac{G}{100} = \frac{P_w}{p} \quad | \cdot p$$

$$\frac{G \cdot p}{100} = P_w$$

$$\frac{p}{100} = \frac{P_w}{G} \quad | \cdot 100$$

$$p = \frac{P_w \cdot 100}{G}$$

Der Prozentwert ist gesucht

(Methode mit Formel)

$$P_W = G \cdot \frac{p}{100}$$

$$G \xrightarrow{\cdot p} \xrightarrow{:100} P_W$$

oder

$$G \xrightarrow{:100} \xrightarrow{\cdot p} P_W$$

$$P_W = 20 \cdot \frac{25}{100}$$

$$20 \xrightarrow{\cdot 25} 500 \xrightarrow{:100} 5$$

oder

$$20 \xrightarrow{:100} 0,2 \xrightarrow{\cdot 25} 5$$

Kürzen vereinfacht!

Der Prozentwert ist gesucht

(Methode mit Tabelle)

Man kann Prozentaufgaben auch mit Hilfe einer Tabelle lösen, als eine proportionale Zuordnung (Dreisatz).

Bei diesem Beispiel könnte man auch direkt beide Seiten durch 4 teilen.

	100%	→	20	
: 100	-----			: 100
	1%	→	0,2	
· 25	-----			· 25
	25%	→	5	

Der Prozentwert ist gesucht

(Methode mit Verhältnisgleichung)

Bei der Verhältnisgleichung stellt man die Mengenangaben den Prozentzahlen gegenüber:

$$\begin{aligned}100\% &\triangleq 20 \text{ Schüler} \\25\% &\triangleq x \text{ Schüler}\end{aligned}$$

Die Rechnung ist dieselbe:

$$20 : 100 \cdot 25 = 5 \text{ oder}$$

$$20 \cdot 25 : 100 = 5$$

$$x = \frac{20 \cdot 25}{100} = 5$$

Kürzen vereinfacht!

Der Prozentwert ist gesucht

(Die schnelle Methode)

$$P_w = G \cdot p\%$$

geg: $G = 20$

$p\% = 25\% = 0,25$

ges: P_w

$$P_w = 20 \cdot 0,25 = 5$$

Der Grundwert ist gesucht

(Methode mit Formel)

$$G = P_W \cdot \frac{100}{p}$$

$$P_W \xrightarrow{\cdot 100} \xrightarrow{:p} G$$

oder

$$P_W \xrightarrow{:p} \xrightarrow{\cdot 100} G$$

$$G = 5 \cdot \frac{100}{25}$$

Kürzen
vereinfacht!

$$5 \xrightarrow{\cdot 100} 500 \xrightarrow{:25} 20$$

oder

$$5 \xrightarrow{:25} 0,2 \xrightarrow{\cdot 100} 20$$

Der Grundwert ist gesucht

(Methode mit Tabelle)

Man kann Prozentaufgaben auch mit Hilfe einer Tabelle lösen, als eine proportionale Zuordnung (Dreisatz).

Bei diesem Beispiel könnte man auch direkt beide Seiten mit 4 malnehmen.

	25%	→	5	
: 25	-----			: 25
	1%	→	0,2	
· 100	-----			· 100
	100%	→	20	

Der Grundwert ist gesucht

(Methode mit Verhältnisgleichung)

Bei der Verhältnisgleichung stellt man die Mengenangaben den Prozentzahlen gegenüber:

$$\begin{aligned}25\% &\triangleq 5 \text{ Schüler} \\100\% &\triangleq x \text{ Schüler}\end{aligned}$$

Die Rechnung ist dieselbe:

$$5 : 25 \cdot 100 = 20 \quad \text{oder}$$

$$5 \cdot 100 : 25 = 20$$

$$x = \frac{5 \cdot 100}{25} = 20$$

Kürzen vereinfacht!

Der Grundwert ist gesucht

(Die schnelle Methode)

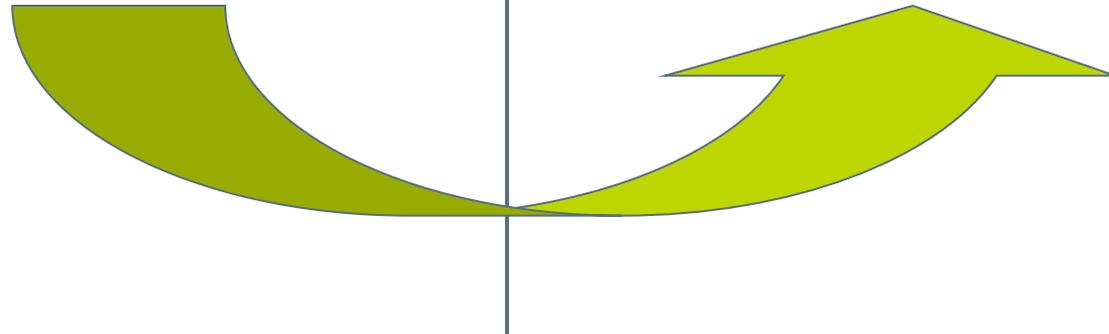
$$G = P_w : p\%$$

geg: $P_w = 5$

$p\% = 25\% = 0,25$

ges: G

$$G = 5 : 0,25 = 20$$



Der Prozentsatz ist gesucht

(Methode mit Formel)

$$p = \frac{P_w}{G} \cdot 100$$

$$P_w \xrightarrow{:G} \xrightarrow{\cdot 100} p$$

$$p = \frac{5}{20} \cdot 100$$

Kürzen vereinfacht!

$$5 \xrightarrow{:20} 0,25 \xrightarrow{\cdot 100} 25$$

In den meisten Fällen kann man einfach die kleinere durch die größere Zahl teilen, da der Prozentwert in der Regel eine Teilmenge der Gesamtmenge ist. Das Ergebnis ist dann eine Dezimalzahl, die man noch mit 100 malnehmen muss, damit man p erhält.

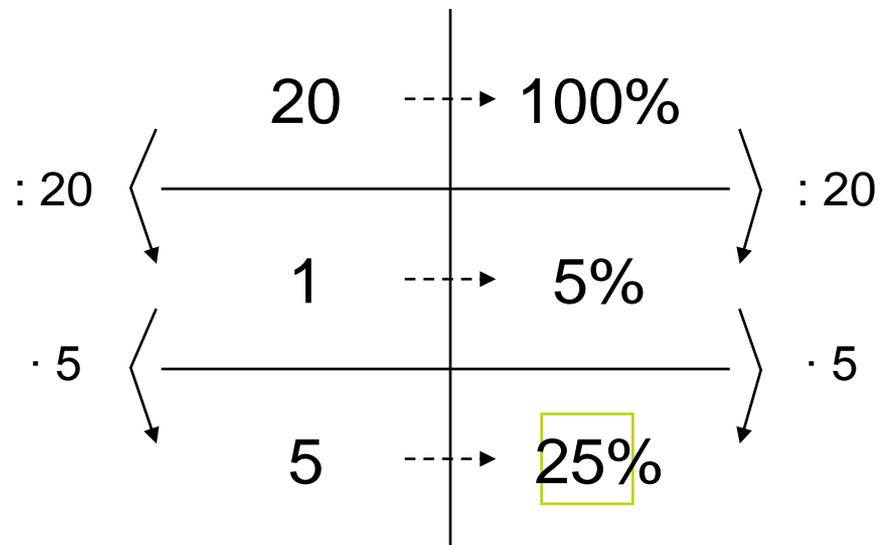
Achtung! Wenn P_w größer als G , dann gilt dies nicht!

Der Prozentsatz ist gesucht

(Methode mit Tabelle)

Man kann Prozentaufgaben auch mit Hilfe einer Tabelle lösen, als eine proportionale Zuordnung (Dreisatz).

Bei diesem Beispiel könnte man auch direkt beide Seiten durch 4 teilen.



Der Prozentsatz ist gesucht

(Methode mit Verhältnisgleichung)

Bei dieser Verhältnisgleichung stellt man die Prozentzahlen den Mengenanteilen gegenüber:

$$\begin{aligned}20 &\triangleq 100\% \text{ Schüler} \\ 5 &\triangleq x\% \text{ Schüler}\end{aligned}$$

Die Rechnung ist dieselbe:

$$100 : 20 \cdot 5 = 25 \quad \text{oder}$$

$$100 \cdot 5 : 20 = 25$$

$$x = \frac{100 \cdot 5}{20} = 25$$

Kürzen vereinfacht!

Der Prozentsatz ist gesucht

(Die schnelle Methode)

$$p\% = P_w : G$$

geg: $G = 20$

$P_w = 5$

ges: $p\%$

$$p\% = 5 : 20 = 0,25 = 25\%$$

Elemente der Zinsrechnung

- Kapital (K) entspricht Grundwert (G)
- Zinsen (Z) entspricht Prozentwert (P_w)
- Zinssatz ($p\%$) entspricht Prozentsatz ($p\%$)

Die Jahreszinsen sind gesucht

(Zinsen für ein ganzes Jahr)

$$Z_1 = K \cdot \frac{p}{100}$$

oder

$$Z_1 = K \cdot p\%$$

geg: $K = 1000 \text{ €}$

$p\% = 2\% = 0,02$

ges: Z_1

$$Z_1 = 1000 \text{ €} \cdot 0,02 = 20 \text{ €}$$

Anteilige Zinsen sind gesucht

(Zinsen für weniger als ein Jahr)

$$Z = K \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{t}{360}$$

oder

$$Z = K \cdot p\% \cdot t : 360$$

mit t = Anzahl der Tage
1 Monat \triangleq 30 Tagen
1 Jahr \triangleq 360 Tagen
 i = Zeitfaktor

geg: $K = 1000 \text{ €}$

$p\% = 2\% = 0,02$

$t = 90$ Tage (1/4 Jahr)

ges: Z

$$Z_1 = 1000 \text{ €} \cdot 0,02 = 20 \text{ €}$$

$$20 \text{ €} \cdot 90 : 360 = 5 \text{ €} \quad \text{oder}$$

$$20 \text{ €} : 4 = 5 \text{ €}$$

Lexikon mathematischer Begriffe

Zuordnung (proportional)

Bei einer Zuordnung wird jedem Element x eindeutig ein Element y zugeordnet. Diese ist proportional, wenn sich y im selben Maß vervielfacht oder verringert, (z.B. verdoppelt oder halbiert) wie x . 

Impressum

Der MATHE COACH

Dipl.-Kffr. Sabine Degen

An der Pferdsweide 42

54296 Trier

Tel.: +49 (0)651 561133 2

Mobil: +49 (0)160 915 915 91

Mail: info@mathecoach-trier.de

Web: www.mathecoach-trier.de

Network: www.mathemio.de